Riccardo Colamatteo

Matematica

volume primo: spazi numerici e geometrici, trasformazioni lineari, Octave, $\LaTeX$.

kion editrice

Riccardo Colamatteo
“Matematica - Volume Primo”

Prima Edizione aprile 2014

ISBN: 978-88-97355-59-5

Copertina: *progetto grafico dell'autore*

Stampa: Universal Book, Rende (CS)

www.kioneditrice.it
info@kioneditrice.it

INDICE BREVE

INDICE DETTAGLIATO

1

SPAZI NUMERICI ORDINATI

Vedi [1]

1.1 Teoria degli insiemi

1.1.1 Insiemi

Chiamiamo **insieme, classe, famiglia, gruppo o spazio** ciascuna collezione di enti generici detti **elementi, membri, oggetti o punti**. Distinguiamo tra spazi finiti od infiniti a seconda sia possibile o meno definire finito il numero degli elementi ad essi appartenenti; lo spazio privo di elementi è detto insieme vuoto $\varnothing$, e lo spazio di tutti gli elementi insieme universo U. Un insieme è conosciuto quando risulta possibile definire con certezza se un dato elemento vi appartiene o meno.

Per soli insiemi finiti possiamo semplicemente elencare i termini componenti, e quindi servirci di una rappresentazione per estensione grazie a scritture del genere $S = \{a, b, c, d\}$; tra parentesi graffe indichiamo insiemi non ordinati, dunque tali che $\{a, b, c, d\} = \{b, a, d, c\}$, e tra tonde insiemi ordinati, quindi per i quali $(a, b, c, d) \neq (b, a, d, c)$; la rappresentazione di un insieme ordinato nasce considerando l'insieme delle parti componenti l'insieme, e quindi ponendo $(a, b, c, d) = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, d\}\}$.

Alla rappresentazione per estensione si affianca una rappresentazione grafica, detta di Eulero-Venn, formata da cerchi o generiche poligonali chiuse rappresentanti gli insiemi che contengono al loro interno punti introdotti ad indicare i membri dell'insieme stesso; nelle figg. 1 e 2 sono ad esempio date le rappresentazioni di Eulero-Venn degli spazi non ordinato $S = \{a, b, c, d\}$ ed ordinato $S = (a, b, c, d)$.

1.1.2 Relazioni, applicazioni, operatori

Non potendosi di certo formare nella pratica scritte infinitamente lunghe o grafi con infiniti distinguibili punti, ricerchiamo un qualsiasi modo per rappresentare spazi ad infiniti elementi.

Definiamo **corrispondenza, relazione o legge** ciascun modo $\Re$ per associare tra loro due o più enti generici dati $x, y, z, \ldots$, e quindi equivalentemente lo spazio delle varie ennuple d'elementi in relazione. Ciascuna relazione fissata tra enti matematici

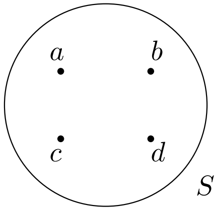

Figura 1: Insieme non ordinato in rappresentazione di Eulero-Venn.

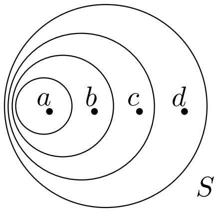

Figura 2: Insieme ordinato in rappresentazione di Eulero-Venn.

dati costituisce una proposizione, o predicato, di quello che è il linguaggio matematico; al fine di rendere questo quale linguaggio della necessità e sufficienza, ci serviremo di soli predicati veri oppure falsi. Scriviamo quindi $\Re\,(x, y, z, \ldots)$ per indicare che l'ennupla data verifica la relazione; all'opposto scriviamo $\not\Re\,(x, y, z, \ldots)$ se gli elementi dati non verificano la relazione proposta. Si noti che le ennuple in relazione risultano ordinate, e quindi le scritture $\Re\,(x, y, z, \ldots)$ e $\Re\,(y, x, z, \ldots)$ non sono equivalenti. Grazie alle relazioni possiamo rappresentare compiutamente spazi infiniti; a tale fine introduciamo le relazioni di appartenenza $\in$ e non appartenenza $\notin$, dimodoché una scrittura del genere $x \in S$ sancisca l'appartenenza dell'elemento x allo spazio S, e viceversa $x \notin S$ ne chiarisca la non appartenenza. Servendoci delle relazione di appartenenza possiamo inoltre dare un'ulteriore rappresentazione alle altre generiche relazioni: possiamo infatti indicare relazioni $\Re\,(x, y, z, \ldots)$ con la notazione $(x, y, z, \ldots) \in \Re$, e relazioni $\not\Re\,(x, y, z, \ldots)$ scrivendo $(x, y, z, \ldots) \notin \Re$; tali rappresentazioni sono date nell'ottica di poter considerare $\Re$ come lo spazio delle ennuple in relazione.

La rappresentazione $\Re\,(x, y, z, \ldots)$ di una generica corrispondenza è detta implicita per distinguerla dalla notazione $\{y_i\} = \Re'\,(x, z, \ldots)$ detta esplicita nella variabile y; lo spazio $\{y_i\}$ può ammettere più valori ma, fissato l'argomento $(x, z, \ldots)$, è comunque completamente determinato; le due rappresentazioni sono equivalenti, e dunque